

Conception et implémentation dans une plateforme en ligne de parcours d'enseignement différencié en algèbre élémentaire

▲ www.adjectif.net/spip/spip.php



Pour citer cet article :

Pilet, Julia (2013). Conception et implémentation dans une plateforme en ligne de parcours d'enseignement différencié en algèbre élémentaire. *Adjectif.net* Mis en ligne mardi 9 avril 2013 [En ligne]

<http://www.adjectif.net/spip/spip.php?article226>

Résumé :

Cet article présente une synthèse de ma thèse de doctorat, soutenue le 11 décembre 2012, et encadrée par Brigitte Grugeon-Allys au Laboratoire de Didactique André Revuz de l'Université Paris 7. Elle a porté sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire et la proposition d'un nouveau type de dispositif d'enseignement, à savoir des parcours d'enseignement différencié, visant à prendre en charge, dans la classe, l'hétérogénéité des apprentissages des élèves.

Dans le cadre du projet pluridisciplinaire de recherche PépiMeP, nous avons implémenté les parcours d'enseignement différencié dans la plateforme en ligne LaboMeP de l'association Sésamath pour les rendre largement accessibles aux professeurs de mathématiques. Nous exposons notre problématique, notre cadre théorique et notre méthodologie avant de présenter une synthèse des principaux résultats de notre recherche. Cette synthèse sera illustrée par un exemple de parcours d'enseignement différencié.

Mots clés :

EIAH, Enseignement secondaire, Mathématiques



Contexte de la recherche et problématique

Notre travail de thèse se situe dans le cadre du projet pluridisciplinaire PépiMeP qui vise à la conception d'Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (E.I.A.H.). Ce projet vise à outiller les enseignants dans la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des élèves et la mise en place d'un enseignement différencié dans leurs classes. Il est le fruit d'une collaboration entre des chercheurs en didactique des mathématiques du laboratoire L.D.A.R. de l'université Paris 7, de chercheurs en informatique du L.I.P.6 de l'université Paris 6 et d'une communauté d'enseignants de mathématiques, structurée autour de l'association Sésamath [1]. Cette association développe des ressources en ligne diversifiées, libres et gratuites, en particulier la plateforme Labomep et les exercices interactifs de MathenPoche (Mep). Le projet PépiMeP fait suite aux projets Pépite (Prévit et al., 2007) et Lingot (Delozanne et al., 2010) qui ont donné lieu à un logiciel, nommé *Pépite*, de diagnostic des compétences des élèves en algèbre élémentaire fondé sur une analyse épistémologique, cognitive et didactique de ce domaine (Grugeon, 1997). Chaque élève passe un test, que le logiciel exploite pour construire un profil cognitif en trois étapes articulées. La première, locale, décrit l'évaluation multidimensionnelle des réponses de l'élève à chaque question du test, la seconde calcule les points forts et les

faiblesses de l'élève en recoupant l'évaluation des réponses sur l'ensemble du test, et la troisième, situe l'élève sur une échelle de compétences en le plaçant dans un groupe.

Le projet PépiMep a eu pour objectif d'une part de diffuser le logiciel de diagnostic Pépité sur la plateforme Labomep de l'association Sésamath sous la forme de séances de test diagnostic et, d'autre part, de concevoir et de diffuser, sur cette plateforme, des parcours d'enseignement différencié, c'est-à-dire des exercices adaptés aux spécificités des connaissances de chaque élève diagnostiquées par Pépité, afin de les faire évoluer.

Notre travail a alors consisté à concevoir un modèle de parcours d'enseignement différencié (PED), articulé au logiciel de diagnostic Pépité, à peupler ce modèle d'exercices, à prévoir son implémentation informatique dans LaboMeP et à tester sa viabilité et son efficacité dans l'enseignement ordinaire. Notre travail concerne l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre élémentaire en classes de troisième et de seconde en France. Notre problématique est donc la suivante : Quels savoirs et savoir-faire faire intervenir dans les PED pour organiser un enseignement différencié en algèbre adapté à la fois aux spécificités des connaissances des élèves repérés par Pépité et à une stratégie d'enseignement pour la classe ?

De nombreux travaux en didactique des mathématiques (voir par exemple Kieran (2007) pour une synthèse) ont mis en évidence des difficultés d'apprentissage et d'enseignement de l'algèbre. Selon nous, ces difficultés des élèves peuvent être renforcées par le fait que l'élève apprend dans une institution donnée, où le savoir est transmis selon certaines conditions. Nous nous appuyons sur les travaux de Castela (2008) pour qui l'existence *des savoirs et des savoir-faire ignorés par l'institution*, dans le sens où ils ne sont pas organisés institutionnellement, contribuerait à ce que certains élèves réussissent alors que d'autres échouent en mathématiques. Nous faisons l'hypothèse que, mettre à disposition des élèves et des enseignants des PED pour organiser ces savoirs et savoir-faire ignorés en algèbre au collège et en classe de seconde en France, peut favoriser une évolution plus idoine des rapports personnels des élèves à l'algèbre.

Cadre théorique : La théorie anthropologique du didactique

Notre travail s'inscrit dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999, 2002) qui propose un modèle dans lequel toute activité humaine « consiste à *accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une certaine technique τ , justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ . En bref, toute activité met en œuvre une organisation qu'on peut noter $[T/\tau/\theta/\Theta]$ et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique* » (Chevallard, 1999). Une praxéologie mathématique ou d'organisation mathématique, notée OM, désigne un « objet de la réalité mathématique ». Toute praxéologie est constituée de deux blocs : un bloc pratico-technique $[T/\tau]$ et d'un bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$ ordinairement identifiés comme, respectivement, un savoir-faire et un savoir.*

Les praxéologies circulent depuis l'institution qui les a produites vers d'autres institutions qui les perçoivent utiles à leur fonctionnement. Cette dynamique s'accompagne d'un phénomène de *transposition didactique*. La théorie anthropologique du didactique postule qu'il n'est pas possible d'expliquer les caractéristiques du « savoir appris » sans prendre en considération toutes les étapes de la transposition didactique. Selon Bosch et Gascon (2005), pour interpréter adéquatement ces étapes, le chercheur adopte un point de vue épistémologique en considérant une organisation mathématique épistémologique de référence. Dans notre thèse, nous établissons une OM de référence pour identifier des savoirs et des savoir-faire ignorés au collège et en classe de seconde à faire intervenir dans les parcours d'enseignement différencié — PED.

Méthodologie

En amont de la modélisation des PED, il s'agissait de déterminer les OM à y faire intervenir. Pour cela, nous avons conçu une OM de référence sur les expressions algébriques, établie à partir d'une synthèse de travaux de didactique de l'algèbre (Chevallard, 1985 ; Ruiz-Munzon et al., 2012 ; Kieran, 2007) afin d'identifier des *savoirs et savoir-faire ignorés*. Nous avons centré l'étude sur les aspects épistémologiques sous-jacents à la génération des expressions algébriques, au calcul sur les expressions et à leur utilisation dans des contextes intra- ou extra-mathématiques. Puis, cette OM de référence a été utilisée pour analyser les OM apprises, à partir du test

de diagnostic Pépité et celles à enseigner au collège et en seconde à partir des instructions officielles, des manuels scolaires et des documents d'accompagnement.

Nous avons adopté une démarche itérative et collaborative avec les différents partenaires du projet PépiMeP. Au départ, à partir des analyses menées en amont, nous avons conçu des PED qui ont été proposés aux chercheurs en informatique et aux enseignants. D'un côté, le travail avec les chercheurs en informatique et les développeurs a consisté à définir, systématiser et formaliser le modèle de PED en vue d'automatiser la génération de parcours sur LaboMeP suite au passage du test de diagnostic Pépité. De l'autre, entre chercheurs et enseignants de collège et de lycée (par le biais d'un groupe IREM de l'Université Paris-Diderot), nous avons ensemble précisé le choix des énoncés, le choix des expressions algébriques, le déroulement des parcours en classe et les savoirs et savoir-faire à institutionnaliser. Les enseignants ont testés les parcours dans leurs classes et ont fait passer le test Pépité à leurs élèves en début et en fin d'année scolaire. Une partie de ces expérimentations a été analysée qualitativement en comparant analyses *a priori* et *a posteriori* afin de déterminer si les PED et la gestion didactique prévue ont permis de travailler sur les enjeux didactiques des PED. Les résultats des élèves au test Pépité ont été analysés quantitativement afin de repérer des évolutions du rapport personnel des élèves à l'algèbre suite au passage des PED. Les expérimentations et les analyses menées nous ont conduit à revenir sur les choix didactiques des parcours avec les enseignants.

Synthèse des principaux résultats

Le premier résultat de cette thèse concerne la définition d'une OM de référence autour des expressions algébriques. Cette référence a été un outil conceptuel et méthodologique central pour analyser les organisations mathématiques à enseigner et celles apprises et mettre en évidence des savoirs et savoir-faire institutionnellement ignorés. Nous nous limitons ici à présenter un exemple autour de l'équivalence des expressions. L'équivalence des expressions se présente comme un élément théorique indispensable pour conduire et contrôler les transformations algébriques. Elle se réfère à la distinction établie par (Frege, 1971) entre sens et dénotation. Par exemple, l'expression $4(x-1)$ peut être transformée en $x^2 - (x-2)^2$ ou en $4x-4$. Ces expressions ont différents sens mais ont la même dénotation puisqu'elles réfèrent au même nombre pour toute valeur de x . Dans notre OM de référence, l'équivalence des expressions intervient à la fois comme un type de tâches T « Prouver que deux expressions algébriques sont/ne sont pas égales pour toute valeur » et comme un élément technologico-théorique relatif aux types de tâches de transformation des expressions algébriques (développer, factoriser). D'après les analyses menées dans ma thèse, l'équivalence des expressions est une notion ignorée au collège et en seconde dans le sens où le type de tâches T et la référence à l'équivalence comme élément technologico-théorique sont peu présents dans les programmes et les manuels scolaires de collège et de seconde. De plus, le bilan de compétences des groupes B et C, établi par Pépité, révèle que ces élèves sont démunis pour guider et contrôler les transformations algébriques car ils ont peu conscience de la possibilité d'écrire une même expression sous plusieurs formes. C'est pourquoi nous avons conçu un PED autour du type de tâches T.

Le modèle de PED que j'ai conçu constitue le deuxième résultat de cette thèse. Un parcours est défini par rapport à un thème d'enseignement (par exemple, les expressions algébriques), un niveau scolaire, une étape du déroulement de l'enseignement en algèbre (par exemple, pour revenir sur des connaissances anciennes, pour s'entraîner sur des connaissances nouvelles) et un objectif d'enseignement commun à la classe (par exemple, étudier des expressions algébriques équivalentes). Ces éléments déterminent une ou des OM à aborder. Elles sont convoquées dans des tâches différenciées relevant de l'objectif commun. Ces tâches sont adaptées au bilan de compétence établi par le logiciel Pépité à partir d'un jeu sur des variables didactiques comme la complexité des expressions algébriques, le découpage des énoncés et les registres de représentation en jeu. Reprenons notre exemple. Nous avons conçu un PED relevant de l'objectif commun à la classe « Étudier des expressions équivalences » pour le niveau troisième. Tous les groupes travaillent sur le type de tâches T. Comme ces élèves prennent peu en compte l'équivalence des expressions pour guider et contrôler les transformations algébriques, l'enjeu est de donner du sens au fait que deux expressions peuvent être égales pour toute valeur de la lettre. L'équivalence entre plusieurs expressions est conjecturée à partir de substitutions numériques, puis elle est prouvée algébriquement et utilisée dans le but de calculer astucieusement une expression numérique. La différenciation entre les groupes porte sur la complexité des expressions à étudier. La

figure suivante illustre deux exercices à proposer aux élèves des groupes B et C pour ce parcours.

On se demande si les trois expressions suivantes sont égales pour tout x :

Groupe B

- $A(x)=(x-1)^2-4$
- $B(x)=(x+1)(x-3)$
- $C(x)=x(x-2)-x^2-2$

x	A(x)	B(x)	C(x)
1			
-1			
0			

Groupe C

- $A(x)=(x+2)^2-4$
- $B(x)=x(x+4)$
- $C(x)=9x-6$

x	A(x)	B(x)	C(x)
2			
3			
0			

1. Complète les deux premières lignes du tableau ci-dessus. Que peux-tu conjecturer sur l'égalité des expressions ?
2. Complète la troisième ligne du tableau ci-dessus. Confirmes-tu ta conjecture ? Sinon, formule une nouvelle conjecture.
3. Les trois expressions sont-elles égales pour toute valeur de x ? Justifie. Ta conjecture est-elle vérifiée ?
4. Utilise les questions précédentes pour calculer mentalement 98×102 .

Exemple d'exercices pour le parcours « Étudier des expressions équivalentes »

Ce modèle a fait l'objet d'une formalisation informatique afin d'automatiser la génération de parcours sur LaboMeP. Les analyses didactiques menées en amont ont permis d'explicitier, d'une part, les caractéristiques des exercices intervenant dans les parcours à partir d'une ontologie du domaine de l'algèbre élémentaire et, d'autre part, les critères pour associer ces exercices en fonction des différents groupes établis par Pépité. Ces critères sont les capacités à travailler, les objets mathématiques manipulés, les cadres mathématiques en jeu et la complexité des énoncés (structure des expressions algébriques, découpage des énoncés). Le modèle est peuplé d'une centaine d'exercices : des exercices « papier-crayon » conçus dans le cadre de la thèse mais aussi des exercices interactifs présents dans LaboMeP. Notre travail a ainsi conduit à la conception de seize PED et à leur dissémination sur LaboMeP.

Le troisième résultat concerne la validation de ce modèle. D'un point de vue interne, le modèle a été validé à la fois par la méthode de conception pluridisciplinaire (didactique, informatique, enseignant) et par le fait que son implémentation informatique conduit à une génération automatique valide des parcours. En effet, le logiciel conçu génère automatiquement les exercices prévus pour chaque PED. D'un point de vue externe, les analyses qualitatives des expérimentations menées avec l'un des enseignants du groupe IREM montrent que la mise en œuvre des parcours en classe a permis de travailler les enjeux didactiques prévus. Les techniques et éléments technologiques mobilisés par les élèves ont évolué. Ils font par exemple davantage référence au fait que deux expressions puissent être égales lorsqu'on les évalue pour les mêmes valeurs numériques. Cette évolution positive des rapports personnels des élèves à l'algèbre est également présente dans la comparaison des résultats au test Pépité entre le début et la fin d'année scolaire pour les élèves ayant participé aux expérimentations. Il convient néanmoins de rester prudent sur les conclusions. Un certain nombre de facteurs externes au passage des parcours peut favoriser ces évolutions. De plus, si ces analyses valident la pertinence des parcours d'un point de vue didactique, l'étude de cas de cet enseignant montre qu'une mise en œuvre efficace des parcours en classe peut s'avérer délicate. D'une part, la gestion d'un objectif commun d'apprentissage pour la classe alors que les tâches sont différenciées est complexe. D'autre part, certains aspects épistémologiques des expressions algébriques intervenant dans les parcours sont parfois éloignés du rapport personnel des enseignants à l'algèbre et à son enseignement. A l'avenir, il convient de s'interroger sur le niveau de description des parcours et sur le rôle de l'enseignant.

Conclusion et perspectives

Nous concluons en ouvrant la réflexion sur des perspectives de recherche.

Des usages du test diagnostique Pépité et des parcours d'enseignement différencié sur LaboMeP,

indépendamment de toute intervention de l'équipe de conception, montrent que ces outils correspondent à un besoin des enseignants. Entre septembre et novembre 2012, 1 500 élèves ont passé le test de diagnostic Pépite et 61 parcours ont été créés sur LaboMeP. Ces chiffres ouvrent des nouvelles perspectives de recherche : Comment sont utilisés le test diagnostic Pépite et les parcours par les enseignants ordinaires ? Quel document concevoir pour accompagner la mise en œuvre des parcours par des classes ordinaires ?

Enfin, au début du projet PépiMeP, il était prévu que tous les parcours soient constitués d'exercices interactifs proposés par Sésamath. Mais l'analyse didactique a révélé la nécessité de convoquer les types de tâches peu présents dans les manuels et dans le vivier d'exercices interactifs. C'est pourquoi les parcours implémentés sur LaboMeP sont majoritairement peuplés d'exercices « papier-crayon ». Or, les outils informatiques ont des potentialités certaines pour proposer des milieux favorisant un travail des élèves qui soit conforme aux tâches pour lesquelles le calcul algébrique est employé. Par ailleurs, leur utilisation permettrait d'orienter les parcours vers l'aide individuelle et le travail personnel de l'élève. Du fait de ces potentialités, nous envisageons, à l'avenir, de développer des parcours dans des environnements informatiques.

Références

Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (Eds.), *Balises pour la didactique des mathématiques : cours de la 12e École d'été de didactique des mathématiques*. Corps (Isère), du 20 au 29 août 2003 (p. 107-122). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissages ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-182.

Chevallard, Y. (1985) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie. L'évolution de la transposition didactique., *Petit x*, 5, 51-94.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19 (2), 221-265.

Delozanne, E., Prévit, D., Grugeon, B., & Chenevotot, F. (2010). Vers un modèle de diagnostic de compétences, *Revue Techniques et Sciences Informatiques*, 29 (8-9), 899-938.

Frege, G. (1971). *Écrits logiques et philosophiques*, Éditions du Seuil, Paris.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 167-210.

Grugeon, B., Pilet, J., Chenevotot, F., & Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique de mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives*, hors série, 137-162.

Kieran, C. (2007). Learning and Teaching Algebra At the Middle School Through College Levels. Building Meaning for Symbols and Their Manipulation. In J. Lester F. K. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, p. 707-762). Charlotte, NC : I.A.P.

Pilet, J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris. Disponible en ligne <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>

Prévit, D., Delozanne, É., et Grugeon, B. (2007), Génération automatique d'exercices de diagnostic, Actes de la conférence EIAH2007, *Environnements Informatiques pour l'apprentissage humain*, Lausanne, 27-29 juin 2007, INRP, 545-556.

Ruiz-Munzón, N., Matheron, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2012). Autour de l'algèbre : les entiers relatifs et la

modélisation algébrico-fonctionnelle. *Recherches en didactique des mathématiques, hors série, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives*, Hors-série, 87-106.